**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике**

**2019 год**

**8 класс**

*Продолжительность – 4 часа (240 минут). Максимальный балл – 35*

**8-1**. Начинающий цветовод высадил на свою грядку ромашки, лютики и маргаритки. Когда они взошли, оказалось, что ромашек в 5 раз больше, чем не-ромашек, лютиков – в 5 раз меньше, чем не-лютиков. Какую долю среди проросших растений занимают маргаритки?

**8-2**. Коля старше Толи, и возраст каждого из них — целое число, меньшее 100. Если поменять местами цифры возраста Коли, получится возраст Толи. Более того, разность между квадратами их возрастов является квадратом целого числа. Сколько лет каждому?

**8-3**. Вика записывает свои оценки с начала года. В начале второй четверти она получила пятерку, вследствие чего доля пятерок увеличилась на 0,15. После очередной оценки доля пятерок увеличилась еще на 0,1. Сколько пятерок ей нужно теперь получить, чтобы увеличить их долю еще на 0,2?

8-4. Дан параллелограмм ABCD. Биссектрисы углов A и B пересекаются в точке M, лежащей на стороне CD. Обозначим точку пересечения биссектрис углов C и D через N. Докажите, что MN параллельно AD.

**8-5**. Трудолюбивая Ася перемножила два трехзначных числа, а ленивый Петя просто написал их подряд одно за другим. Результат Пети оказался в 7 раз больше, чем у Аси. Какие числа она перемножала?

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике**

**2019 год**

**8 класс**

*Продолжительность – 4 часа (240 минут). Максимальный балл – 35*

**8-1**. Начинающий цветовод высадил на свою грядку ромашки, лютики и маргаритки. Когда они взошли, оказалось, что ромашек в 5 раз больше, чем не-ромашек, лютиков – в 5 раз меньше, чем не-лютиков. Какую долю среди проросших растений занимают маргаритки?

**8-2**. Коля старше Толи, и возраст каждого из них — целое число, меньшее 100. Если поменять местами цифры возраста Коли, получится возраст Толи. Более того, разность между квадратами их возрастов является квадратом целого числа. Сколько лет каждому?

**8-3**. Вика записывает свои оценки с начала года. В начале второй четверти она получила пятерку, вследствие чего доля пятерок увеличилась на 0,15. После очередной оценки доля пятерок увеличилась еще на 0,1. Сколько пятерок ей нужно теперь получить, чтобы увеличить их долю еще на 0,2?

**8-4**. Дан параллелограмм ABCD. Биссектрисы углов A и B пересекаются в точке M, лежащей на стороне CD. Обозначим точку пересечения биссектрис углов C и D через N. Докажите, что MN параллельно AD.

**8-5**. Трудолюбивая Ася перемножила два трехзначных числа, а ленивый Петя просто написал их подряд одно за другим. Результат Пети оказался в 7 раз больше, чем у Аси. Какие числа она перемножала?

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике**

**2019 год**

**9 класс**

*Продолжительность – 4 часа (240 минут). Максимальный балл – 35*

**9-1**. Почтальон Печкин подсчитал, что две трети пути он шел пешком (скорость 5 км/ч), и только треть времени – ехал на велосипеде (скорость 8 км/ч). Не ошибся ли он в расчетах?

**9-2**. Школьная волейбольная команда провела несколько матчей. После того, как она выиграла очередной матч, доля побед стала на величину 1/6 больше. Чтобы увеличить долю побед ещё на 1/6, волейболистам пришлось выиграть ещё два матча подряд. Какое минимальное число побед нужно одержать команде, чтобы доля выигрышей увеличилась ещё на 1/6?

**9-3**. Можно ли среди чисел 22n + 1, n = 0, 1, 2, …, найти хотя бы один куб целого числа?

**9-4**. В равнобедренном прямоугольном треугольнике ABC угол A равен 90°, точка M — середина AB. Прямая, проходящая через точку A и перпендикулярная CM, пересекает сторону BC в точке P. Докажите, что ∠AMC = ∠BMP.

**9-5**. На доске записан пример на умножение двух трехзначных чисел. Если вместо знака умножения написать 0, получим семизначное число, которое в целое число раз больше произведения. Во сколько именно?

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике**

**2019 год**

**9 класс**

*Продолжительность – 4 часа (240 минут). Максимальный балл – 35*

**9-1**. Почтальон Печкин подсчитал, что две трети пути он шел пешком (скорость 5 км/ч), и только треть времени – ехал на велосипеде (скорость 8 км/ч). Не ошибся ли он в расчетах?

**9-2**. Школьная волейбольная команда провела несколько матчей. После того, как она выиграла очередной матч, доля побед стала на величину 1/6 больше. Чтобы увеличить долю побед ещё на 1/6, волейболистам пришлось выиграть ещё два матча подряд. Какое минимальное число побед нужно одержать команде, чтобы доля выигрышей увеличилась ещё на 1/6?

**9-3**. Можно ли среди чисел 22n + 1, n = 0, 1, 2, …, найти хотя бы один куб целого числа?

**9-4**. В равнобедренном прямоугольном треугольнике ABC угол A равен 90°, точка M — середина AB. Прямая, проходящая через точку A и перпендикулярная CM, пересекает сторону BC в точке P. Докажите, что ∠AMC = ∠BMP.

**9-5**. На доске записан пример на умножение двух трехзначных чисел. Если вместо знака умножения написать 0, получим семизначное число, которое в целое число раз больше произведения. Во сколько именно?

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике**

**2019 год**

**10 класс**

*Продолжительность – 4 часа (240 минут). Максимальный балл – 35*

**10-1**. У Пятачка есть воздушные шарики пяти цветов. Ему удалось расположить их в ряд таким образом, что для любых двух различных цветов в ряду всегда найдутся два соседних шарика этих цветов. Какое наименьшее количество воздушных шариков могло быть у Пятачка?

**10-2**. Действительные числа a, b и c таковы, что |a| ≥ |b + c|, |b| ≥ |c + a| и |c| ≥ |a + b|. Докажите, что a + b + c = 0.

**10-3**. Решить систему

**10-4**. В остроугольном треугольнике ABC биссектрисы углов A, B и C пересекают описанную окружность треугольника в точках A1, B1 и C1 соответственно. Прямые AB и B1C1 пересекаются в точке M, прямые BC и A1B1 — в точке N. Верно ли, что прямая MN проходит через центр вписанной окружности треугольника ABC?

**10-5**. Из 80 одинаковых деталей лего собрали несколько фигурок, причем число использованных деталей во всех фигурках разное. На изготовление трех самых маленьких фигурок ушло 14 деталей, в трех самых больших использовано суммарно 43. Сколько собрали фигурок? Сколько деталей в самой большой фигурке?

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике**

**2019 год**

**10 класс**

*Продолжительность – 4 часа (240 минут). Максимальный балл – 35*

**10-1**. У Пятачка есть воздушные шарики пяти цветов. Ему удалось расположить их в ряд таким образом, что для любых двух различных цветов в ряду всегда найдутся два соседних шарика этих цветов. Какое наименьшее количество воздушных шариков могло быть у Пятачка?

**10-2**. Действительные числа a, b и c таковы, что |a| ≥ |b + c|, |b| ≥ |c + a| и |c| ≥ |a + b|. Докажите, что a + b + c = 0.

**10-3**. Решить систему

**10-4**. В остроугольном треугольнике ABC биссектрисы углов A, B и C пересекают описанную окружность треугольника в точках A1, B1 и C1 соответственно. Прямые AB и B1C1 пересекаются в точке M, прямые BC и A1B1 — в точке N. Верно ли, что прямая MN проходит через центр вписанной окружности треугольника ABC?

**10-5**. Из 80 одинаковых деталей лего собрали несколько фигурок, причем число использованных деталей во всех фигурках разное. На изготовление трех самых маленьких фигурок ушло 14 деталей, в трех самых больших использовано суммарно 43. Сколько собрали фигурок? Сколько деталей в самой большой фигурке?

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике**

**2019 год**

**11 класс**

*Продолжительность – 4 часа (240 минут). Максимальный балл – 35*

**11-1**. Даны три числа. Если каждое из них уменьшить на 1, то их произведение тоже уменьшится на 1. Если все исходные числа уменьшить на 2, то их произведение тоже уменьшится на 2.

а) На сколько уменьшится произведение, если все исходные числа уменьшить на 3?

б) Укажите какие-нибудь три числа, удовлетворяющие условию задачи.

**11-2**. В некоторой системе координат построили график функции y = cos2 x. После чего координатные оси стерли. Постройте систему координат так, чтобы эта же линия стала графиком функции z = cos t в новой системе координат.

**11-3**. Числа a, b и c таковы, что |a| ≥ |b + c|, |b| ≥ |c + a| и |c| ≥ |a + b|. Докажите, что a + b + c = 0.

**11-4**. В кубе ABCDA1B1C1D1 со стороной 1 проведена диагональ AC1. Для каждой точки N, лежащей на этой диагонали, построено сечение куба плоскостью, перпендикулярной AC1 и проходящей через N. Пусть P – периметр этого сечения. Постройте график зависимости P от величины x = AN.

**11-5**. Дед Мороз готовит подарки. Он разложил 115 конфет в пакеты, причем все они разные по числу конфет. В трех самых маленьких подарках находится 20 конфет, в трех самых больших – 50. Во сколько пакетов разложены конфеты? Сколько конфет в самом маленьком подарке?

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике**

**2019 год**

**11 класс**

*Продолжительность – 4 часа (240 минут). Максимальный балл – 35*

**11-1**. Даны три числа. Если каждое из них уменьшить на 1, то их произведение тоже уменьшится на 1. Если все исходные числа уменьшить на 2, то их произведение тоже уменьшится на 2.

а) На сколько уменьшится произведение, если все исходные числа уменьшить на 3?

б) Укажите какие-нибудь три числа, удовлетворяющие условию задачи.

**11-2**. В некоторой системе координат построили график функции y = cos2 x. После чего координатные оси стерли. Постройте систему координат так, чтобы эта же линия стала графиком функции z = cos t в новой системе координат.

**11-3**. Числа a, b и c таковы, что |a| ≥ |b + c|, |b| ≥ |c + a| и |c| ≥ |a + b|. Докажите, что a + b + c = 0.

**11-4**. В кубе ABCDA1B1C1D1 со стороной 1 проведена диагональ AC1. Для каждой точки N, лежащей на этой диагонали, построено сечение куба плоскостью, перпендикулярной AC1 и проходящей через N. Пусть P – периметр этого сечения. Постройте график зависимости P от величины x = AN.

**11-5**. Дед Мороз готовит подарки. Он разложил 115 конфет в пакеты, причем все они разные по числу конфет. В трех самых маленьких подарках находится 20 конфет, в трех самых больших – 50. Во сколько пакетов разложены конфеты? Сколько конфет в самом маленьком подарке?